

**No English titl availabl .**

Patent Number: FR2799851  
Publication date: 2001-04-20  
Inventor(s): PAILLER PASCAL; CORON JEAN SEBASTIEN  
Applicant(s): GEMPLUS CARD INT (FR)  
Requested Patent: ☐ FR2799851  
Application Number: FR19990012991 19991014  
Priority Number(s): FR19990012991 19991014  
IPC Classification: G06F12/14; G06K19/073  
EC Classification: H04L9/30  
Equivalents: AU1031501, ☐ EP1224765 (WO0128153), ☐ WO0128153

---

**Abstract**

---

The invention relates to a countermeasure method in an electronic component which uses an RSA-type public key cryptographic algorithm. A first countermeasure method consists of using a random calculation for each new execution of the decryption algorithm with CRT. The calculations are made modulo  $p \cdot r$  and  $q \cdot r$ ,  $r$  and  $t$  being random numbers. A second countermeasure consists of making the recombination random using the CRT theorem.

---

Data supplied from the esp@cenet database - I2



①⑨ RÉPUBLIQUE FRANÇAISE  
INSTITUT NATIONAL  
DE LA PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE  
PARIS

①⑪ N° de publication :  
(à n'utiliser que pour les  
commandes de reproduction)

**2 799 851**

②① N° d'enregistrement national :

**99 12991**

⑤① Int Cl<sup>7</sup> : G 06 F 12/14, G 06 K 19/073

⑫

**DEMANDE DE BREVET D'INVENTION**

**A1**

②② Date de dépôt : 14.10.99.

③③ Priorité :

④③ Date de mise à la disposition du public de la  
demande : 20.04.01 Bulletin 01/16.

⑤⑥ Liste des documents cités dans le rapport de  
recherche préliminaire : *Se reporter à la fin du  
présent fascicule*

⑥③ Références à d'autres documents nationaux  
apparentés :

⑦① Demandeur(s) : GEMPLUS Société en commandite  
par actions — FR.

⑦② Inventeur(s) : CORON JEAN SEBASTIEN et  
PAILLER PASCAL.

⑦③ Titulaire(s) :

⑦④ Mandataire(s) :

⑤④ PROCÉDE DE CONTRE-MESURE DANS UN COMPOSANT ELECTRONIQUE METTANT EN OEUVRE UN  
ALGORITHME DE CRYPTOGRAPHIE A CLE PUBLIQUE DE TYPE RSA.

⑤⑦ L'algorithme de chiffrement RSA est l'algorithme de  
chiffrement à clef publique le plus utilisé. Il est apparu que  
son application dans le cadre d'un environnement de type  
carte à puce était vulnérable à des attaques de type DPA  
(Differential Power Analysis). La présente invention consiste  
en la description de différents procédés de contre-mesure  
permettant de se prémunir contre ce type d'attaque DPA.  
Ces contre-mesures ne diminuent pas les performances de  
l'algorithme RSA et sont facilement utilisables dans un com-  
posant électronique de type carte à puce.

FR 2 799 851 - A1



PROCEDE DE CONTRE-MESURE DANS UN  
COMPOSANT ELECTRONIQUE METTANT EN ŒUVRE  
UN ALGORITHME DE CRYPTOGRAPHIE A CLE  
PUBLIQUE DE TYPE RSA

La présente invention concerne un procédé de contre-mesure dans un composant électronique mettant en œuvre un algorithme de chiffrement à clé publique de type RSA.

5

Dans le modèle classique de la cryptographie à clef secrète, deux personnes désirant communiquer par l'intermédiaire d'un canal non sécurisé doivent au préalable se mettre d'accord  
10 sur une clé secrète de chiffrement K. La fonction de chiffrement et la fonction de déchiffrement utilisent la même clef K. L'inconvénient du système de chiffrement à clé secrète est que ledit système requiert la  
15 communication préalable de la clé K entre les deux personnes par l'intermédiaire d'un canal sécurisé, avant qu'un quelconque message chiffré ne soit envoyé à travers le canal non sécurisé. Dans la pratique, il est généralement difficile  
20 de trouver un canal de communication parfaitement sécurisé, surtout si la distance séparant les deux personnes est importante. On entend par canal sécurisé un canal pour lequel il est impossible de connaître ou de modifier  
25 les informations qui transitent par ledit canal. Un tel canal sécurisé peut être réalisé par un câble reliant deux terminaux, possédés par les deux dites personnes.

Le concept de cryptographie à clef publique fut inventé par Whitfield DIFFIE et Martin HELLMAN en 1976. La cryptographie à clef publique permet de résoudre le problème de la distribution des  
5 clefs à travers un canal non sécurisé. Le principe de la cryptographie à clef publique consiste à utiliser une paire de clefs, une clef publique de chiffrement et une clef privée de déchiffrement. Il doit être calculatoirement  
10 infaisable de trouver la clef privée de déchiffrement à partir de la clef publique de chiffrement. Une personne A désirant communiquer une information à une personne B utilise la clef publique de chiffrement de la personne B. Seule  
15 la personne B possède la clef privée associée à sa clef publique. Seule la personne B est donc capable de déchiffrer le message qui lui est adressé.

20 Un autre avantage de la cryptographie à clé publique sur la cryptographie à clé secrète est que la cryptographie à clef publique permet l'authentification par l'utilisation de signature électronique.

25

La première réalisation de schéma de chiffrement à clef publique fut mise au point en 1977 par Rivest, Shamir et Adleman, qui ont inventé le système de chiffrement RSA. La sécurité de RSA  
30 repose sur la difficulté de factoriser un grand nombre qui est le produit de deux nombres premiers. Depuis, de nombreux systèmes de chiffrement à clef publique ont été proposés,

dont la sécurité repose sur différents problèmes calculatoires : (cette liste n'est pas exhaustive).

5 - " Sac à dos " de Merckle-Hellman :

Ce système de chiffrement est basé sur la difficulté du problème de la somme de sous-ensembles ;

10 - McEliece :

Ce système de chiffrement est basé sur la théorie des codes algébriques. Il est basé sur le problème du décodage de codes linéaires ;

15 - ElGamal :

Ce système de chiffrement est basé sur la difficulté du logarithme discret dans un corps fini ;

20 - Courbes elliptiques:

Le système de chiffrement à courbe elliptique constitue une modification de systèmes cryptographiques existant pour les appliquer au domaine des courbes elliptiques.

25 L'avantage des systèmes de chiffrement à courbes elliptiques est qu'ils nécessitent une taille de clef plus petite que pour les autres systèmes de chiffrement.

30 Le système de chiffrement RSA est le système de chiffrement à clé publique le plus utilisé. Il peut être utilisé comme procédé de chiffrement ou comme procédé de signature. Le

5 système de chiffrement RSA est utilisé dans les cartes à puce, pour certaines applications de celles-ci. Les applications possibles de RSA sur une carte à puce sont l'accès à des banques de données, des applications bancaires, des applications de paiements à distance comme par exemple la télévision à péage, la distribution d'essence ou le paiement de péages d'autoroute.

10 Le principe du système de chiffrement RSA est le suivant. Il peut être divisé en trois parties distinctes qui sont :

- 1) La génération de la paire de clés RSA
- 15 2) Le chiffrement d'un message clair en un message chiffré, et
- 3) Le déchiffrement d'un message chiffré en un message clair.

La première partie est la génération de la clef  
20 RSA. Chaque utilisateur crée une clé publique RSA et une clé privée correspondante, suivant le procédé suivant en 5 étapes :

- 1) Générer deux nombres premiers distincts  $p$  et  $q$  de même taille
- 25 2) Calculer  $n=pq$  et  $\varphi=(p-1)(q-1)$
- 3) Sélectionner aléatoirement un entier  $e$ ,  $1 < e < \varphi$ , tel que  $\text{pgcd}(e, \varphi)=1$
- 4) Calculer l'unique entier  $d$ ,  $1 < d < \varphi$  tel que  $e*d=1 \bmod \varphi$
- 30 5) La clé publique est  $(n,e)$ ; la clé privée est  $d$  ou  $(d,p,q)$

Les entiers  $e$  et  $d$  sont appelés respectivement exposant de chiffrement et exposant de déchiffrement. L'entier  $n$  est appelé le module.

- 5 La seconde partie de la génération à clé RSA consiste au chiffrement d'un message clair noté  $m$  au moyen d'un algorithme avec  $1 < m < n$  en un message chiffré noté  $c$  est le suivant :

10                    Calculer  $c = m^e \bmod n$ .

- La troisième partie de la génération de la clé RSA consiste au déchiffrement utilisant l'exposant privé  $d$  de déchiffrement au moyen  
15 d'un algorithme. L'algorithme de déchiffrement d'un message chiffré noté  $c$  avec  $1 < c < n$  en un message clair noté  $m$  est le suivant :

                    Calculer  $m = c^d \bmod n$ .

20

- L'algorithme de déchiffrement RSA précédemment décrit peut s'effectuer par deux méthodes différentes. Ces deux méthodes sont :  
déchiffrement avec CRT et déchiffrement sans  
25 CRT. CRT est un acronyme pour Chinese Remainder Theorem. L'avantage de l'algorithme de déchiffrement avec CRT est qu'il est théoriquement 4 fois plus rapide que l'algorithme de déchiffrement sans CRT.  
30 L'algorithme de déchiffrement sans CRT consiste à calculer  $m = c^d \bmod n$  comme décrit précédemment.



L'algorithme de déchiffrement avec CRT consiste en les 4 étapes suivantes :

- 1) Calculer  $cp=c$  modulo  $p$  et  $cq=c$  modulo  $q$
- 5 2) Calculer  $dp=d$  modulo  $p-1$  et  $dq=d$  modulo  $q-1$
- 3) Calculer  $mp=cp^{dp}$  modulo  $p$  et  $mq=cq^{dq}$  modulo  $q$
- 4) Calculer  $m=mp \cdot q \cdot (q^{-1} \bmod p) + mq \cdot p \cdot (p^{-1} \bmod q)$

10

Pour réaliser les exponentiations modulaires nécessaires dans les procédés de calcul décrits précédemment, plusieurs algorithmes existent :

- 15 - Algorithme appelé " square and multiply ";
- Algorithme avec chaînes d'addition;
- Algorithme avec fenêtre;
- Algorithme avec représentation signée.

- 20 Cette liste n'est pas exhaustive. L'algorithme le plus simple et le plus utilisé est l'algorithme " square and multiply ". L'algorithme " square and multiply " prend en entrée un nombre  $c$ , un exposant  $d$  et un module
- 25  $n$ . L'exposant  $d$  est noté  $d=(d(t), d(t-1), d(0))$ , où  $(d(t), d(t-1), d(0))$  étant la représentation binaire de  $d$ , avec  $d(t)$  le bit de poids fort et  $d(0)$  le bit de poids faible. Par exemple la représentation du nombre cinq en binaire est
- 30 101, provenant du fait que  $5=1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ . Le premier 1 est le bit de poids fort et le dernier 1 le bit de poids faible. L'algorithme retourne en sortie le nombre  $m=c^d \bmod n$ .

L'algorithme " square and multiply " comporte les 3 étapes suivantes :

- 1) Initialiser une variable entière A avec la  
5 valeur c ;
- 2) Pour i allant de t-1 à 0 faire:
  - 2a) Remplacer A par  $A \cdot A \bmod n$  ;
  - 2b) Si  $d(i)=1$  remplacer A par  $A \cdot c \bmod n$  ;
- 3) Retourner à l'étape 1 ci-dessus.

10

Dans le cas du déchiffrement RSA sans CRT, le déchiffrement s'effectue comme décrit précédemment en utilisant l'algorithme " square and multiply ". Dans ce cas, l'algorithme  
15 " square and multiply " prend donc en entrée le message chiffré c, le module n et l'exposant de déchiffrement d.

Dans le cas du déchiffrement RSA avec CRT, le  
20 déchiffrement s'effectue comme décrit précédemment en utilisant deux fois l'algorithme " square and multiply " pour l'exécution de l'étape 3) de l'algorithme de déchiffrement avec CRT. La première fois, l'algorithme prend en  
25 entrée l'entier  $c_p$ , le module p et l'exposant  $d_p$ . La deuxième fois, l'algorithme prend en entrée l'entier  $c_q$ , le module q et l'exposant  $d_q$ .

30 Il est possible d'effectuer ces opérations à l'intérieur d'une carte à puce, lesdites opérations étant effectuées par le microprocesseur de la carte à puce. Il est

apparu que l'implémentation sur carte à puce d'un algorithme de chiffrement à clé publique du type RSA était vulnérable à des attaques consistant en une analyse différentielle de consommation de courant permettant de retrouver la clé privée de déchiffrement. Ces attaques sont appelées attaques DPA, acronyme pour Differential Power Analysis. Le principe de ces attaques DPA repose sur le fait que la consommation de courant du microprocesseur exécutant des instructions varie selon la donnée manipulée.

En particulier, lorsqu'une instruction manipule une donnée dont un bit particulier est constant, la valeur des autres bits pouvant varier, l'analyse de la consommation de courant liée à l'instruction montre que la consommation moyenne de l'instruction n'est pas la même suivant que le bit particulier prend la valeur 0 ou 1. L'attaque de type DPA permet donc d'obtenir des informations supplémentaires sur les données intermédiaires manipulées par le microprocesseur de la carte lors de l'exécution d'un algorithme cryptographique. Ces informations supplémentaires peuvent dans certain cas permettre de révéler les paramètres privés de l'algorithme de déchiffrement, rendant le système cryptographique non sûr.

30

Dans la suite de ce document il sera décrit deux types d'attaque DPA sur l'algorithme de déchiffrement RSA. La première attaque DPA

décrite concerne l'algorithme de déchiffrement RSA sans CRT. La deuxième attaque décrite concerne l'algorithme de déchiffrement RSA avec CRT. Ces deux attaques permettent de révéler  
5 l'exposant privé de déchiffrement  $d$ . Elles compromettent donc gravement la sécurité de l'implémentation de RSA sur une carte à puce.

La première attaque DPA concerne l'algorithme de  
10 déchiffrement RSA sans CRT. L'attaque permet de révéler directement l'exposant secret  $d$ , appelé aussi clé privée.

La première étape de l'attaque est  
15 l'enregistrement de la consommation de courant correspondant à l'exécution de l'algorithme "square and multiply" décrit précédemment pour  $N$  messages chiffrés distincts  $c(1), \dots, c(N)$ .

20 Pour la clarté de la description de l'attaque, on commence par décrire une méthode permettant d'obtenir la valeur du bit  $d(t-1)$  de la clé privée  $d$ , ou  $(d(t), d(t-1), d(0))$  la représentation binaire de  $d$ , avec  $d(t)$  le bit de  
25 poids fort et  $d(0)$  le bit de poids faible. On donne ensuite la description d'un algorithme qui permet de retrouver la valeur de  $d$ .

On groupe les messages  $c(1)$  à  $c(N)$  suivant la  
30 valeur du bit de poids faible de  $c^4 \bmod n$ , où  $c$  désigne un des messages  $c(1)$  à  $c(N)$ . Le premier groupe est constitué des messages  $c$  tels que le bit de poids faible de  $c^4 \bmod n$  est égal à 1.

Le deuxième groupe est constitué des messages  $c$  tels que ledit bit est égal à 0. On calcule la moyenne des consommations de courant correspondant à chacun des deux groupes, et on  
5 calcule la courbe de différence entre ces deux moyennes.

Si le bit  $d(t-1)$  de  $d$  est égal à 0, alors l'algorithme d'exponentiation précédemment  
10 décrit calcule et met en mémoire la valeur de  $c^4 \bmod n$ . Cela signifie que lors de l'exécution de l'algorithme dans une carte à puce, le microprocesseur de la carte va effectivement calculer  $c^4 \bmod n$ . Dans ce cas, dans un groupe  
15 de messages le dernier bit de la donnée manipulée par le microprocesseur est toujours égal à 1, et, dans l'autre groupe de messages le dernier bit de la donnée manipulée est toujours égal à 0. La moyenne des consommations de  
20 courant correspondant à chaque groupe est donc différente. Il apparaît donc dans la courbe de différence entre les deux moyennes un pic de différentiel de consommation de courant.

25 Si au contraire le bit  $d(t-1)$  de  $d$  est égal à 1, l'algorithme d'exponentiation décrit précédemment ne calcule pas la valeur de  $c^4 \bmod n$ . Lors de l'exécution de l'algorithme par la carte à puce, le microprocesseur ne manipule  
30 donc jamais la donnée  $c^4 \bmod n$ . Il n'apparaît donc pas de pic de différentiel de consommation.

Cette méthode permet donc de déterminer la valeur du bit  $d(t-1)$  de  $d$ .

L'algorithme décrit dans le paragraphe suivant  
5 est une généralisation de l'algorithme précédent. Il permet de déterminer la valeur de la clé privée  $d$  :

L'algorithme prend en entrée  $N$  messages  $c(1)$  à  
10  $c(N)$  et le module RSA  $n$ , et renvoie en sortie un entier  $h$ . Les étapes de l'algorithme ci-dessus sont les suivantes :

- 1) Mettre 1 dans la variable  $h$ ,
- 15 2) Pour  $i$  allant de  $t-1$  à 1 exécuter les étapes:
  - 2)1) Classer les messages  $c(1)$  à  $c(N)$  en deux groupes suivant la valeur du dernier bit de  $c^{(4*h)} \bmod n$  ;
  - 2)2) Calculer la moyenne de consommation de  
20 courant pour chacun des 2 groupes ;
  - 2)3) Calculer la différence entre les deux moyennes ;
  - 2)4) Si la différence fait apparaître un pic de différentiel de consommation, calculer  
25  $h=h*2$  ;  
Sinon exécuter  $h=h*2+1$ .

Le résultat de l'algorithme est contenu dans la variable  $h$ .

30

L'algorithme précédent fournit un entier  $h$  tel que  $d=2*h$  ou  $d=2*h+1$ . Pour obtenir la valeur de  $d$ , il suffit ensuite de tester les deux

hypothèses possibles qui sont  $d=2*h$  et  $d=2*h+1$ . L'attaque de type DPA décrite permet donc de retrouver la clé privée  $d$  lorsque l'algorithme de déchiffrement RSA est effectué sans CRT.

5

La seconde attaque DPA possible sur l'algorithme de déchiffrement RSA concerne l'application de l'algorithme de déchiffrement avec CRT comme décrit précédemment.

10 L'attaque décrite se fait à message choisi et porte exclusivement sur l'opération de réduction modulaire (étape 1) dans la description de l'algorithme de déchiffrement avec CRT.

15 L'attaque consiste à envoyer à la carte des messages correctement choisis. La taille de la représentation binaire de  $p$  est un entier  $k$ . On a donc  $2^{(k-1)} < p < 2^k$ . On distingue alors deux cas :

20 Dans le premier cas, on a  $2^{(k-1)} + 2^{(k-2)} < p < 2^k$ .

Dans le deuxième cas, on a  $2^{(k-1)} < p < 2^{(k-1)} + 2^{(k-2)}$ .

25 La méthode consiste à faire déchiffrer par la carte un premier groupe A de messages  $c$  tels que  $c < 2^{(k-1)}$ . La réduction modulaire de  $c$  modulo  $p$  donne donc exactement l'entier  $c$  comme résultat. On donne aussi à déchiffrer par la carte un  
30 second groupe B de messages  $c$  tels que  $2^k < c < 2^k + 2^{(k-2)}$  dans le premier cas, et  $2^{(k-1)} + 2^{(k-2)} < c < 2^k$  dans le deuxième cas. Dans les deux cas, la réduction modulaire de  $c$  modulo  $p$

donne c-p. La carte va donc manipuler par la suite la donnée c-p. En analysant la différence de consommation entre les messages du groupe A pour lesquels le résultat est c et les messages  
5 du groupe B pour lesquels le résultat est c-p, il est possible par comparaison de connaître toute l'information nécessaire permettant d'obtenir p.

10 On donne dans ce paragraphe la méthode permettant d'obtenir le bit de poids faible de p. La méthode est similaire pour obtenir les autres bits de p. On classe les messages du groupe A en deux catégories : un groupe de  
15 message A0 pour lequel le dernier bit des messages est égal à 0 et un groupe de message A1 pour lequel le dernier bit est égal à 1. On réalise la même opération pour le groupe B, obtenant le groupe B0 et le groupe B1. Si le bit  
20 de poids faible de p est égal à 1, la différence de consommation entre le groupe A0 et B0 fera apparaître un pic de différentiel de consommation car dans le groupe A0 le dernier bit du résultat est égal à 0 et dans le groupe  
25 B0 le dernier bit du résultat est égal à 1. Si le bit de poids faible de p est égal à 0, la différence de consommation moyenne entre les groupes ne fait pas apparaître de pics. Par cette méthode on peut déterminer le bit de poids  
30 faible de p. Par une méthode similaire on peut déterminer successivement les bits de p.

Le procédé de l'invention consiste en



l'élaboration de deux contre-mesures permettant de se prémunir contre les 2 types d'attaque DPA décrits précédemment (attaque avec CRT et attaque sans CRT). Le procédé de la première contre-mesure consiste à effectuer les calculs modulo  $p \cdot r$  et  $q \cdot t$ ,  $r$  et  $t$  étant des nombres aléatoires. Le procédé de la première contre-mesure constitue en une amélioration d'un procédé déjà existant, présenté dans la demande de brevet WO 99/35782 déposé par la société Cryptography Research. Dans cette demande de brevet, une méthode permettant de se prémunir contre les attaques de type DPA lors de l'opération de déchiffrement RSA est décrite. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite la mise en œuvre de divisions d'entiers, opérations difficiles à réaliser à l'intérieur d'un objet portable du type carte à puce. Le procédé de la première contre-mesure comprend uniquement les opérations d'addition et de multiplication. La seconde contre-mesure consiste à rendre aléatoire la recombinaison utilisant le théorème du reste chinois ou CRT.

Le procédé de la première contre-mesure consiste à utiliser un module de calcul aléatoire à chaque nouvelle exécution de l'algorithme de déchiffrement avec CRT. Il consiste à effectuer les calculs modulo  $p \cdot r$  et  $q \cdot t$ , où  $r$  et  $t$  sont des nombres aléatoires.

Ce procédé prend en entrée un message  $c$ , un exposant de déchiffrement  $d$  et un paramètre de

sécurité s et comprend les huit étapes suivantes :

- 1) Tirage de trois nombres aléatoires r, t et u  
5 compris entre 0 et  $2^s$ ;
- 2) Calcul de  $p'=p*r$  et  $q'=q*t$ ;
- 3) Remplacer c par  $c+u*n$
- 4) Calculer  $cp=c$  modulo  $p'$  et  $cq=c$  modulo  $q'$  ;
- 10 5) Calculer  $dp=d'$  modulo  $p-1$  et  $dq=d'$  modulo  $q-1$  ;
- 6) Calculer  $mp'=cp^{dp}$  modulo  $p'$  et  $mq'=cq^{dq}$  modulo  $q'$  ;
- 7) Calculer  $m=((mq-mp)*(p^{-1} \bmod q) \bmod q')*p$   
15  $+mp$
- 8) Remplacer m par  $m \bmod n$ .

Le procédé de la première contre-mesure comprend deux variantes qui concernent la mise à jour des entiers r et t. La première variante consiste en ce qu'un nouveau couple d'entiers r et t est calculé à chaque nouvelle exécution de l'algorithme de déchiffrement, selon le procédé décrit précédemment. La seconde variante  
25 consiste en ce qu'un compteur est incrémenté à chaque nouvelle exécution de l'algorithme de déchiffrement. Lorsque ce compteur atteint une valeur fixée T, un nouveau couple d'entiers r et t est calculé selon le procédé décrit  
30 précédemment, et le compteur est remis à 0. Dans la pratique, on peut prendre  $T=16$ .

Le procédé de la première contre-mesure comprend une troisième variante utile lorsque la taille des opérations sur les entiers est limitée. Cette troisième variante comprend les étapes  
5 suivantes :

- 1) Tirage de quatre nombres aléatoires  $r$ ,  $t$ ,  $u$  et  $v$  compris entre 0 et  $2^s$  ;
- 2) Calcul de  $p' = p * r$  et  $q' = q * t$  ;
- 10 3) Calculer  $cp = c \text{ modulo } p'$  et  $cq = c \text{ modulo } q'$  ;
- 4) Remplacer  $cp$  par  $cp + u * p$  et remplacer  $cq$  par  $cq + v * q$ .
- 5) Calculer  $dp = d' \text{ modulo } p - 1$  et  $dq = d' \text{ modulo } q - 1$  ;
- 15 6) Calculer  $mp' = cp^{dp} \text{ modulo } p'$  et  $mq' = cq^{dq} \text{ modulo } q'$  ;
- 7) Calculer  $m = (((mq - mp) * (p^{-1} \text{ mod } q) \text{ mod } q') * p \text{ mod } n) + mp \text{ mod } n$
- 8) Remplacer  $m$  par  $m \text{ mod } n$ .

20

Le procédé de la première contre-mesure comprend une quatrième variante permettant d'augmenter la sécurité des opérations. Dans cette quatrième variante, une partie du déchiffrement est  
25 réalisée modulo  $p$  et modulo  $q$  en utilisant le théorème du reste chinois et une partie du déchiffrement est calculée modulo  $n$ . L'intérêt de cette quatrième variante est de faire en sorte que l'attaquant ne connaisse pas la sortie  
30 de la recombinaison utilisant le théorème du reste chinois. Cette quatrième variante comprend les étapes suivantes :

- 1) Tirage de trois nombres aléatoires  $r$ ,  $t$  et  $u$  compris entre 0 et  $2^s$ ;
- 2) Calcul de  $p'=p*r$  et  $q'=q*t$ ;
- 3) Remplacer  $c$  par  $c+u*n$
- 5 4) Calculer  $cp=c$  modulo  $p'$  et  $cq=c$  modulo  $q'$  ;
- 5) Calculer  $dp=d'$  modulo  $p-1$  et  $dq=d'$  modulo  $q-1$  ;
- 6) Calculer  $dp'=(dp-1)/2$  et  $dq'=(dq-1)/2$ .
- 10 7) Calculer  $mp'=cp^{dp'}$  modulo  $p'$  et  $mq'=cq^{dq'}$  modulo  $q'$  ;
- 8) Calculer  $m=((mq-mp)*(p^{(-1)} \bmod q) \bmod q')*p+mp$
- 9) Remplacer  $m$  par  $m^2*c \bmod n$ .

15

Ainsi, l'attaquant ne connaissant pas la sortie de la recombinaison utilisant le théorème du reste chinois correspondant à l'étape 7, l'attaquant ne peut réaliser une attaque DPA sur

20 la recombinaison utilisant le théorème du reste chinois.

La deuxième contre-mesure consiste à rendre aléatoire la recombinaison utilisant le théorème

25 du reste chinois. Le caractère aléatoire provient de l'utilisation de modules de calculs aléatoires. Cette contre-mesure consiste à remplacer les étapes 7 et 8 du procédé de la première contre-mesure par les étapes suivantes.

30 On note  $k$  la longueur (en bits) de l'entier  $p'$ .

a) Choisir deux entiers aléatoires  $(a_0, b_0)$  tels que  $b_0=a_0-1$ , les entiers  $a_0$  et  $b_0$  étant de taille  $k$  bits ;

- b) Calculer l'entier  $C = (mq - mp) * (p^{-1} \bmod q) \bmod q'$  ;
- c) Calculer  $(c \bmod a_0) = (C * p + cp) \bmod a_0$  et  $(c \bmod b_0) = (C * p + cp) \bmod b_0$  ;
- 5 d) Calculer deux entiers aléatoires  $(a_1, b_1)$  tels que  $b_1 = a_1 - 1$ , les entiers  $a_1$  et  $b_1$  étant de taille  $k$  bits ;
- e) Calculer  $C = ((c \bmod b_0) - (c \bmod a_0)) \bmod b_0$  ;
- f) Calculer  $(c \bmod a_1) = (C * a_0 + (c \bmod a_0)) \bmod a_1$
- 10 et  $(c \bmod b_1) = (C * a_0 + (c \bmod a_0)) \bmod b_1$  ;
- g) Répéter les étapes e et f pour un nouveau couple  $(a_2, b_2)$  avec  $b_2 = a_2 - 1$ , les entiers  $a_2$  et  $b_2$  étant de taille  $k$  bits. Les entiers  $(a_0, b_0)$  et  $(a_1, b_1)$  sont remplacés respectivement par les
- 15 entiers  $(a_1, b_1)$  et  $(a_2, b_2)$  ;
- h) L'étape g est réitérée  $k$  fois,  $k$  étant un paramètre entier ;
- i) L'étape g est réitérée pour le couple d'entiers  $(a, b) = (2^k, 2^k - 1)$  ;
- 20 j) Calculer l'entier  $cl$  défini par  $cl = c \bmod 2^k$  et calculer l'entier  $ch$  défini par  $ch = ((c \bmod 2^k - 1) - (c \bmod 2^k)) \bmod 2^k - 1$  ;
- k) Calculer la signature  $c = ch * 2^k + cl$ .
- 25 L'application des deux procédés de contre-mesure précédents permet de protéger l'algorithme de déchiffrement sur carte à puce contre des attaques de type DPA. Les deux contre-mesures présentées sont de plus compatibles entre
- 30 elles : il est possible d'appliquer à l'algorithme de déchiffrement RSA une ou deux des contre-mesures décrites, ainsi que les 4 variantes de la première contre-mesure.

# REVENDEICATIONS

1. Procédé de contre-mesure mis en oeuvre par le microprocesseur électronique en relation avec un terminal, permettant de ne pas dévoiler des informations relatives à des données secrètes par la consommation de courant du microprocesseur exécutant les instructions d'un programme consistant à utiliser un module de calcul aléatoire à chaque nouvelle exécution de l'algorithme de déchiffrement utilisant le théorème du reste chinois ou CRT, ledit procédé consistant à effectuer les calculs modulo  $p \cdot r$  et  $q \cdot t$ , où  $r$  et  $t$  sont des nombres aléatoires, ledit procédé prenant en entrée un message  $c$ , un exposant de déchiffrement  $d$  et un paramètre de sécurité  $s$ , caractérisé en ce qu'il comprend les huit étapes suivantes :

- 1) Tirage de trois nombres aléatoires  $r, t$  et  $u$  compris entre 0 et  $2^s$  ;
- 2) Calcul de  $p' = p \cdot r$  et  $q' = q \cdot t$  ;
- 3) Remplacement de  $c$  par  $c + u \cdot n$
- 4) Calcul de  $cp = c$  modulo  $p'$  et  $cq = c$  modulo  $q'$  ;
- 5) Calcul de  $dp = d$  modulo  $p-1$  et  $dq = d$  modulo  $q-1$  ;
- 6) Calcul de  $mp' = cp^{dp}$  modulo  $p'$  et  $mq' = cq^{dq}$  modulo  $q'$  ;
- 7) Calcul de  $m = ((mq - mp) \cdot (p^{-1} \bmod q) \bmod q') \cdot p + mp$
- 8) Remplacement de  $m$  par  $m \bmod n$ .

2. Procédé de contre-mesure selon la revendication 1, caractérisé en ce qu'un compteur  $T$  de valeur initiale 0 est incrémenté à chaque nouvelle exécution de l'algorithme, les entiers  $r$  et  $t$  conservant la même valeur tant que le compteur  $T$  n'a pas atteint une

limite fixée  $L$ , un nouveau couple d'entier  $r$  et  $t$  étant alors déterminé lorsque cette limite est atteinte.

- 5      3. Procédé de contre-mesure selon la revendication 1 permettant de protéger l'algorithme de déchiffrement utilisant le théorème du reste chinois ou CRT, ledit procédé s'appliquant lorsque la taille des données manipulées est limitée, caractérisé en ce qu'il
- 10      comprend les étapes suivantes :
- 1) Tirage de quatre nombres aléatoires  $r$ ,  $t$ ,  $u$  et  $v$  compris entre 0 et  $2^s$  ;
  - 2) Calcul de  $p'=p*r$  et  $q'=q*t$  ;
  - 15      3) Calculer  $cp=c$  modulo  $p'$  et  $cq=c$  modulo  $q'$  ;
  - 4) Remplacement de  $cp$  par  $cp+u*p$  et remplacer  $cq$  par  $cq+v*q$ .
  - 5) Calcul de  $dp=d'$  modulo  $p-1$  et  $dq=d'$  modulo  $q-1$  ;
  - 20      6) Calcul de  $mp'=cp^{dp}$  modulo  $p'$  et  $mq'=cq^{dq}$  modulo  $q'$  ;
  - 7) Calcul de  $m=((mq-mp)*(p^{(-1)} \bmod q) \bmod q')*p \bmod n) + mp \bmod n$
  - 8) Remplacement de  $m$  par  $m \bmod n$ .
- 25
4. Procédé de contre-mesure selon la revendication 1 permettant de protéger le déchiffrement utilisant le théorème du reste chinois ou CRT, ledit procédé étant caractérisé en ce que le calcul s'effectue en premier
- 30      lieu modulo  $p$  et modulo  $q$ , que le résultat du calcul modulo  $p$  et modulo  $q$  soit ensuite rassemblé en utilisant le théorème du reste chinois ou CRT, et que le calcul se poursuive modulo le module public  $n$ .
- 35      5. Procédé de contre-mesure suivant la revendication 4, caractérisé en ce qu'il comprend les neuf étapes

suivantes :

- 1) Tirage de trois nombres aléatoires  $r$ ,  $t$  et  $u$  compris entre 0 et  $2^s$  ;
  - 5        2) Calcul de  $p'=p*r$  et  $q'=q*t$  ;
  - 3) Remplacer  $c$  par  $c+u*n$
  - 4) Calculer  $cp=c$  modulo  $p'$  et  $cq=c$  modulo  $q'$  ;
  - 5) Calculer  $dp=d'$  modulo  $p-1$  et  $dq=d'$  modulo  $q-1$  ;
  - 10       6) Calculer  $dp'=(dp-1)/2$  et  $dq'=(dq-1)/2$ .
  - 7) Calculer  $mp'=cp^{dp'}$  modulo  $p'$  et  $mq'=cq^{dq'}$  modulo  $q'$  ;
  - 8) Calculer  $m=((mq-mp)*(p^{(-1)} \bmod q) \bmod q')*p+mp$
  - 15       9) Remplacer  $m$  par  $m^2*c \bmod n$ .
6. Procédé de contre-mesure suivant la revendication 1 consistant à rendre aléatoire le mode de calcul à chaque nouvelle exécution de l'algorithme de déchiffrement utilisant le théorème chinois, ledit procédé de contre-mesure consistant à remplacer les étapes 7 et 8 du procédé de la première contre-mesure par les étapes suivantes, la taille (en bits) de l'entier  $p'$  étant notée  $k$  :
- 20       a) Choisir 2 entiers aléatoires  $(a_0, b_0)$  tels que  $b_0=a_0-1$ , les entiers  $a_0$  et  $b_0$  étant de taille  $k$  bits.
  - b) Calculer l'entier  $C = (mq-mp)*(p^{(-1)} \bmod q) \bmod q'$ .
  - c) Calculer  $(c \bmod a_0) = (C*p+cp) \bmod a_0$  et  $(c \bmod b_0) = (C*p+cp) \bmod b_0$ .
  - 30       d) Calculer 2 entiers aléatoires  $(a_1, b_1)$  tels que  $b_1=a_1-1$ , les entiers  $a_1$  et  $b_1$  étant de taille  $k$  bits.
  - e) Calculer  $C=((c \bmod b_0) - (c \bmod a_0)) \bmod b_0$
  - f) Calculer  $(c \bmod a_1) = (C*a_0 + (c \bmod a_0)) \bmod a_1$
  - 35       et  $(c \bmod b_1) = (C*a_0 + (c \bmod a_0)) \bmod b_1$
  - g) Répéter les étapes 5 et 6 pour un nouveau



couple  $(a_2, b_2)$  avec  $b_2 = a_2 - 1$ , les entiers  $a_2$  et  $b_2$  étant de taille  $k$  bits. Les entiers  $(a_0, b_0)$  et  $(a_1, b_1)$  sont remplacés respectivement par les entiers  $(a_1, b_1)$  et  $(a_2, b_2)$ .

5           h) L'étape 7 est réitérée  $k$  fois,  $k$  étant un paramètre entier.

          i) L'étape 7 est réitérée pour le couple d'entier  $(a, b) = (2^k, 2^k - 1)$ .

          j) Calculer l'entier  $cl = c \bmod 2^k$  et calculer  
10 l'entier  $ch = ((c \bmod 2^k - 1) - (c \bmod 2^k)) \bmod 2^k - 1$

          k) Calculer la signature  $c = ch * 2^k + cl$ .

7. Composant électronique utilisant le procédé selon  
l'une quelconque des revendications précédentes  
15 caractérisé en ce qu'il peut être une carte à puce.



[illegible]

